**Appendix for LAE: Operation Count of Linear Algebraic Equations (LAEs)**

**1. Derive the formula for the operation count of each LAE solver given by**

**(1-1)~(1-3) to resolve the following LAE**

, , 

* 1. **Naïve Gauss elimination**

**I ) j번째 행의 forward elimination**

* (+,-) 횟수

j번째 행에서는 (n-j)개의 항을 가진식을 (n-j)번 더해줌으로 다음과 같이 표현된다.



* (,) 횟수

j번째 행에서는 (n-j)개의 항을 가진식을 (n-j)번 곱해주므로 다음과 같이 표현된다.



**II ) Backward substitution**

* (+,-) 횟수



* (,) 횟수



**III ) 총 계산 횟수**

Gauss elimination의경우 행벡터 끼리 elimination을 하고난후에 Backward substitution을 하기 때문에 위의 I ), II )의 계산횟수를 더하여주어야 한다.

* (+,-)의 총 횟수

(총 계산 횟수) = 

* (,)의 총 횟수

(총 계산 횟수) = 

* 1. **LU decomposition**

LU decomposition은 다음과 같은 계산절차를 따른다.

→



→

→

**I ) U Matrix의 계산**

U Matrix의 j번째 행에서의 component는 다음과 같이 표현된다.



* (+,-)의 총 횟수



* (,)의 총 횟수



**II ) L Matrix의 계산**

L Matrix의 j번째 행에서의 component는 다음과 같이 표현된다.



* (+,-)의 총 횟수



* (,)의 총 횟수



**III ) Forward substitution**

* (+,-) 횟수



* (,) 횟수



**IV ) Backward substitution**

* (+,-) 횟수



* (,) 횟수



**V ) 총 계산 횟수**

* (+,-) 횟수



* (,) 횟수



* 1. **Cholesky decomposition**

Cholesky decomposition은 다음과 같은 계산절차를 따른다.

→



→

→

**I ) L Matrix의 계산**





* (+,-)의 총 횟수

Diagonal component일 때



Diagonal component가 아닐 때



* (,)의 총 횟수

Diagonal component일 때



Diagonal component가 아닐 때



**II ) Forward substitution**

* (+,-) 횟수



* (,) 횟수



**III ) Backward substitution**

* (+,-) 횟수



* (,) 횟수



**IV ) 총 계산 횟수**

* (+,-) 횟수



* (,) 횟수



**2. Derive the LAE to resolve the following Laplace equation using the central difference formula with the computational grid Ω as in the figure.**

|  |
| --- |
| ,  at |

|  |
| --- |
| , , ,  at |

c

d

e

b

a

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  |  |  | g        f |
|  |  |  | h        i |
| j        k |  |  |  |
| l  m  n  o  p |  |  |  |

2차 central difference formula는 다음과 같이 계산된다.





위의 두식을 더하면



→

→

Laplace equation에 위의 식을 적용하면



→

여기서, 라 하면 위의식은 다음과 같이 표현된다



→

At, i=1, j=1



At, i=1, j=2



At, i=1, j=3



At, i=2, j=1



At, i=2, j=2



At, i=2, j=3



At, i=3, j=1



At, i=3, j=2



At, i=3, j=3



따라서, LAE는 다음과 같이 표현할 수 있다.

→